

# Calcul mental, calcul en ligne au CYCLE 3

Document proposé par la Mission  
départementale de Mathématiques de Seine-  
Maritime.

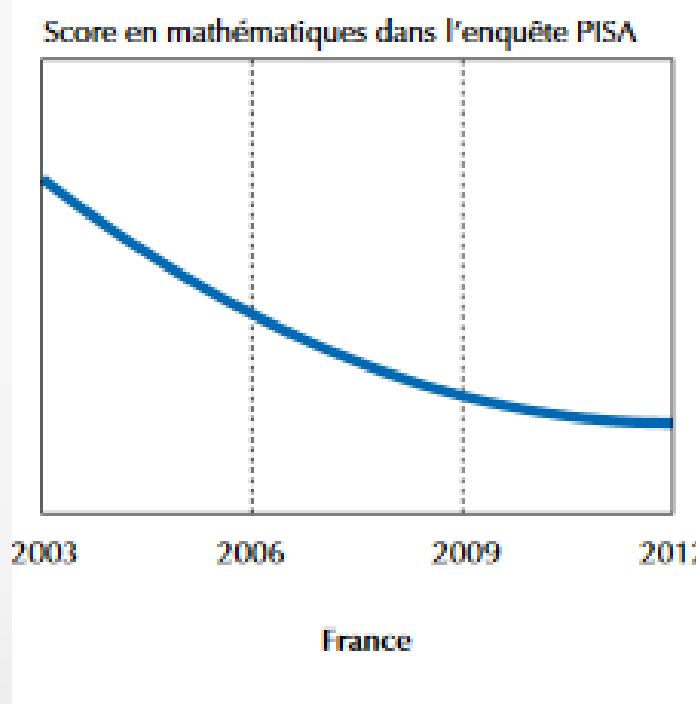
# Calcul mental, calcul en ligne au CYCLE 3

## Plan

- Contexte et enjeux de ces appentissages
- Définitions
- Des programmes soclés
- Apports didactiques
- Repères pédagogiques

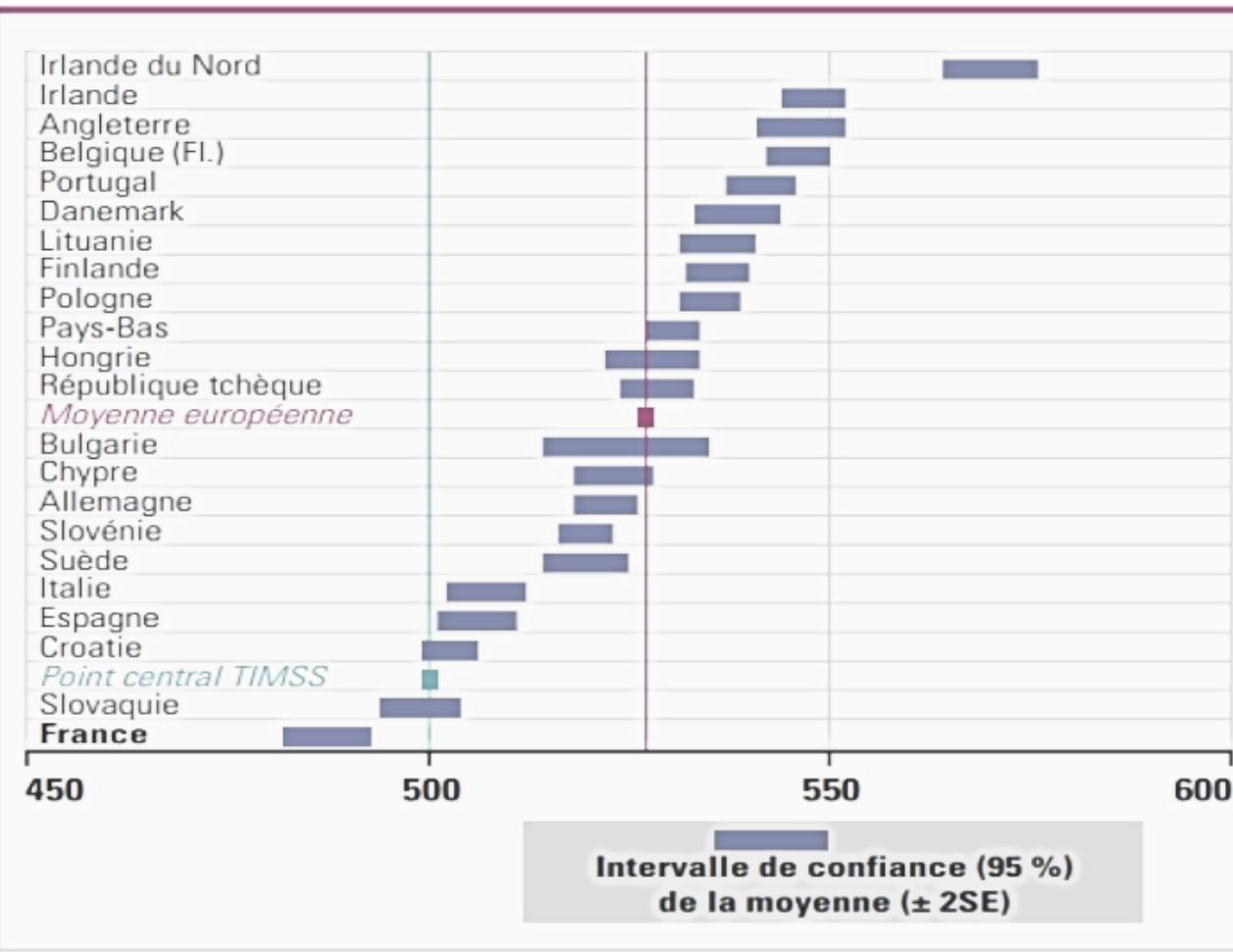
# .Contexte et enjeux de ces apprentissages

- Une réussite en forte baisse (Résultats du PISA 2012 : savoirs et savoir-faire des élèves, performance des élèves en Mathématiques, en compréhension de l’écrit et en sciences – Volume 1, 2014)



# TIM'S 2015 (CM1)

## 2 – Répartition des performances des pays de l'Union européenne en mathématiques



# Évaluation CEDRE (fin d'école primaire) -

## Note DEPP n°18 - mai 2015

<b>Groupe 5</b>	10,2 %	... Ces élèves font preuve d'expertise dans les compétences et connaissances de fin d'école primaire, ils maîtrisent tous les champs du programme et font preuve de capacité d'abstraction, de rigueur et de précision...
<b>Groupe 4</b>	18,8 %	... Ces élèves sont capables de mettre en œuvre des stratégies évoluées, de résoudre des problèmes complexes et de produire des réponses en autonomie pour des situations peu fréquentes en classe...
<b>Groupe 3</b>	28,6 %	... Si ces élèves sont capables de résoudre des problèmes de proportionnalité qui ne mettent pas en jeu des unités spécifiques, leurs acquis restent fragiles lorsqu'il s'agit de produire en autonomie une réponse...
<b>Groupe 2</b>	26,1 %	Ces élèves ont des connaissances sur les nombres entiers qui leur permettent de réussir un certain nombre de problèmes de type additif voire soustractif sans étape intermédiaire... Ils traitent l'information et sont capables de retrouver un résultat correct mais ils échouent quand il s'agit de produire une réponse en autonomie.
<b>Groupe 1</b>	12,6 %	... Les réussites observées s'appuient essentiellement sur des automatismes scolaires. Certains de ces mécanismes leur permettent de réussir des problèmes additifs directs qui ne nécessitent qu'une seule étape pour leur résolution.
<b>Groupe &lt;1</b>	3,7 %	Ces élèves peuvent répondre ponctuellement à quelques items simples... Ils maîtrisent très peu de compétences ou de connaissances exigibles en fin d'école primaire.

# Des enjeux pédagogiques, économiques et sociaux

- Un vivier de compétences qui s'amenuise (12% d'excellence en 2012 contre 20% en 2003)
- Des compétences moins nombreuses sur le marché du travail (cf. Développement numérique)
- Parrallèlement, des écarts se créent : les élèves les moins favorisés sont ceux qui réussissent le moins bien.
- Des écarts sociaux qui ne sont pas sans risque si on veut "faire société".

## L'apprentissage des mathématiques : une priorité

# De quoi parle-t-on?

Calcul posé

Calcul en ligne

Calcul mental

Calcul instrumenté

## Quel sens donne-t-on à ces expressions?

# Définitions : calcul mental

« Le calcul mental est une modalité de calcul sans recours à l'écrit si ce n'est, éventuellement, pour l'énoncé proposé par l'enseignant et la réponse fournie par l'élève.

Il n'est pas exclu non plus que la correction, elle, soit écrite pour être discutée de façon collective. »

Source : **eduscol**



The image shows a screenshot of the eduscol website. At the top, there is a logo for the Ministry of National Education, Higher Education, and Research of the French Republic. Below the logo, the text 'éduScol' is followed by 'Informer et accompagner les professionnels de l'éducation'. To the right, there are three circular icons labeled 'CYCLES 2 3 4'. Below this, a large blue button with the text 'MATHÉMATIQUES' and 'Nombres et calculs' is visible. At the bottom of the screenshot, the text 'Le calcul aux cycles 2 et 3' is displayed in blue.

- Définition de F. Boule: "Le calcul mental vise à établir et à renforcer des représentations numériques et la structuration de l'ensemble des nombres"



# Définitions : calcul en ligne

- C'est une modalité de calcul écrit ou partiellement écrit.
- Le calcul en ligne est travaillé, en complément du calcul mental, pour
  - faciliter l'apprentissage des démarches et la mémorisation des propriétés des nombres et des opérations,
  - permettre d'effectuer, sans recours à un algorithme de calcul posé, des calculs trop complexes pour être intégralement traités mentalement.

Par exemple :  $58 + 17 = 58 + 20 - 3 = 78 - 3 = 75$ ,  
ou  $12 \times 62 = 620 + 124 = 744$ .

**Le calcul mental et le calcul en ligne vivent indépendamment mais se nourrissent mutuellement.**

# Définitions : pour mémoire

- **Calcul posé** : Le calcul posé est une modalité de calcul écrit consistant à l'application d'un algorithme opératoire (par exemple celui de la multiplication entre nombres entiers).
- **Calcul instrumenté** : Le calcul instrumenté est un calcul effectué à l'aide d'un ou plusieurs instruments, appareils, ou logiciels (abaque, boulier, calculatrice, tableur, etc.)

**Le calcul mental est omniprésent dans toutes les formes de calculs, mais la réciproque n'est pas vrai.**

**Les techniques traditionnelles de calcul posé mobilisent implicitement du calcul mental.**

**C'est ce qui rend son travail régulier fondamental !!**

# Zoom sur les programmes

## Des séances QUOTIDIENNES

- Un enseignement particulièrement structuré et explicite.
- Des apprentissages envisagés dans leur progressivité, avec reprises constantes des connaissances en cours d'acquisition et différenciation des apprentissages.
- Le sens et l'automatisation se construisent simultanément.
- Compréhension indispensable à l'élaboration de savoirs solides.

# Zoom sur les programmes

## Des séances QUOTIDIENNES

- L'automatisation de certains **savoir-faire** permet de **libérer des ressources cognitives** pour accéder à des opérations plus élaborées et à la compréhension.
- Les **différentes formes de calcul** sont travaillées dans le cadre de la **Résolution de problème**, mais aussi **pour elles-mêmes** dans des temps spécifiques d'apprentissage, d'entraînement et d'évaluation.

**La place consacrée au calcul mental et au calcul en ligne dans les temps d'apprentissage est plus importante que celle accordée au calcul posé.**

# Les objectifs du calcul mental

## Objectif social :

Mettre en place des moyens efficaces de calculer, utiles à la vie courante, en l'absence de supports ou d'instruments.

## Objectif numérique :

Etablir et renforcer les représentations numériques et la structuration de l'ensemble des nombres.

# Connaissances incontournables

<b>CM1</b>	Consolidation des acquis de cycle 2 Quatre premiers multiples de 25 et de 50. Stabilisation de la connaissance des propriétés des opérations Multiplication et division par 10 des nombres décimaux Complément au nombre entier supérieur. Critères de divisibilité par 2, 5 et 10. Multiplication par 1 000 un nombre décimal.
<b>CM2 début d'année</b>	Division d'un nombre décimal (entier ou non) par 100. Utilisation des principales propriétés des opérations à des calculs rendus plus complexes par la nature des nombres en jeu, leur taille ou leur nombre
<b>période 3</b> <b>Maximum période 4</b>	Multiplication d'un nombre décimal (entier ou non) par 5 et par 50. Critères de divisibilité par 3 et par 9.
<b>6<sup>ème</sup> début d'année</b>	Multiplication et la division par 10, 100, 1 000. Stabilisation de la connaissance utilisées à l'école élémentaire, et utilisent la propriété de distributivité simple dans les deux sens . Multiplication d'un nombre entier puis décimal par 0,1 et par 0,5 (différentes stratégies sont envisagées selon les situations).

# Eléments didactiques

Il est essentiel de :

- renforcer leurs connaissances des nombres entiers naturels et décimaux;
- Assurer une compréhension des propriétés des opérations;
- Permettre le maniement des notions mathématiques
- Développer des capacités de raisonnement des élèves grâce aux procédures originales élaborées;

**Ces compétences constituent une aide à la résolution de problèmes.**

# Ordre d'apprentissage des tables de multiplication

*(Proposition selon R.Charnay)*

## **Les tables de 2 et 5 (sont les plus simples) :**

Pour la table de 2, les doubles sont mémorisés avant même d'être traduits sous forme multiplicative...

## **Les tables de 4 et 8 :**

La table de 4 est le double de la table de 2. La table 8 est le double de la table de 4...

## **La table de 9**

## **Les tables de 3 et 6 :**

La table de 6 est le double de la table de 3

## **La table de 7 :**

Il ne reste plus que  $7 \times 7$ , carré qui est assez bien mémorisé.

# Les formes de pratiques (F.Boule)

## Les situations à la volée.

Puisque le calcul mental a une utilité sociale, il doit être associé à des situations concrètes de la vie courante. [\(M@ths en vie\)](#).

## Les exercices quotidiens.

Il s'agit d'entrainer la mémorisation de résultats simples.(les tables, les relations entre les nombres), Le but est de rendre les résultats disponibles très rapidement, C'est une condition pour accéder à des stratégies de calcul plus élaborées.

*Ces situations sollicitent fortement l'attention. Elles sont donc brèves. La rapidité des élèves sera un indicateur significatif d'évaluation.*

## Les séquences de recherche.

Il s'agit de découvrir et d'explorer des stratégies nouvelles permettant d'enrichir la palette d'outils de calcul déjà disponible, mais aussi la compréhension et la structuration de l'ensemble des nombres. **Ces exercices sont collectifs car l'explication et la confrontation des démarches sont un élément fondamental.**

*Exemple: comment calculer  $23 \times 17$  ?*

# Comment structurer une séance ?

**1<sup>ère</sup> phase** : PHASE D'**ECHAUFFEMENT** : tous les élèves doivent être en réussite.

Exemple : Proposer des nombres et les élèves doivent soustraire 1.

**2<sup>ème</sup> phase** : PHASE D'**ENTRAINEMENT**

Exemple : Proposer des nombres et les élèves doivent additionner 10.

**3<sup>ème</sup> phase** : PHASE DE **RECHERCHE**

Exemple : Proposer des nombres et les élèves doivent additionner 9

**4<sup>ème</sup> phase** : PHASE D'**INSTITUTIONNALISATION**

Comment ajouter 9 à un nombre ?

Il s'agit d'accepter différentes procédures.

# Comment structurer une séquence ?

## **1. Etape d'explicitation**

Ex: expliquer la construction des tables de + ou x, expliciter une stratégie : + 9, x 20, x 200...

**Production d'un écrit pour expliciter les stratégies**

- **Des séances sur un temps plus long (25 – 30 min)**

**2. Etape d'entraînement** - utiliser une règle déjà construite - restituer des résultats mémorisés - accroître la vitesse de restitution (faits/ procédures)

- **Des séances courtes et fréquentes (15min)- séances massées**

**3. Etape de réinvestissement** - Mobiliser les connaissances dans d'autres contextes: dans les problèmes, sur d'autres supports (jeux)

- **Des séances de durée moyenne (20- 30 min) – séances filées**

**4. Etape d'évaluation** - En fonction des connaissances : varier les formes d'évaluation (ceintures, ...) □

- **Des séances de durées variables (5 – 15min)**

**+ Etape de révision** 3 semaines après : faire le point et réinvestir ce qui a été vu

# A Vous!

**Calculer mentalement et n'écrire que le résultat, sans communiquer avec l'entourage.**

$$32 \times 25$$

**Ecrire ensuite les étapes de calcul que vous avez réalisés « dans votre tête ».**

# Plusieurs procédures possibles

- simulation mentale de l'algorithme écrit  
("pose dans sa tête")

- Décomposition

$$32 \times 25 = 32 \times (20 + 5)$$

$$32 \times 25 = 32 \times 20 + 32 \times 5$$

- Décomposition

$$32 \times 25 = 30 \times 25 + 2 \times 25$$

- Calcul utilisant

$$32 \times 25 = 8 \times 4 \times 25$$

$$32 \times 25 = 32 \times 1 + 32 \times 24$$

Le choix des procédures dépend de la disponibilité des connaissances numériques des élèves et des relations entre les nombres.

# Procédures et enjeux mathématiques

Procédure utilisée	Notion mathématique sous-jacente
Décomposer un nombre	favorise l'accès au sens du nombre et aux relations entre les nombres
Décomposer un nombre conservation des écarts autres écritures (cf propriétés)	à la compréhension progressive de la signification du signe « = », à concevoir comme équivalence entre le membre écrit à gauche et le membre écrit à droite, et pas seulement pour donner le résultat d'un calcul
	compréhension progressive des propriétés des opérations
$7 + 5$ $8 \times 3$	commutativité de l'addition et de la multiplication (un élève peut dire, par exemple : « dans une addition ou une multiplication, on peut changer l'ordre des termes »)
$7 + 3 = 2 + 8$ car $(2 + 5) + 3 = 2 + (5 + 3)$ , $24 \times 5 = 12 \times 10$ car $(12 \times 2) \times 5 = 12 \times (2 \times 5)$	associativité de l'addition et de la multiplication (un élève peut dire, par exemple : « dans une addition ou une multiplication, on peut regrouper les termes comme on veut »)

# Procédures et enjeux mathématiques

Procédure utilisée	Notion mathématique sous-jacente
<b>compréhension progressive des propriétés des opérations</b>	
$8 \times 13 = 8 \times (10 + 3) = (8 \times 10) + (8 \times 3) = 80 + 24 = 104$	distributivité de la multiplication sur l'addition et la soustraction (un élève peut dire, par exemple : « quand on multiplie une somme de deux nombres, cela revient à multiplier chacun des termes »)
	à la connaissance de propriétés relatives aux opérations, pouvant faciliter le calcul mental ou en ligne en permettant de créer des étapes intermédiaires :
$68 \div 4 = 34 \div 2 = 17$	division par un produit : diviser par 4, c'est diviser par 2 puis encore par 2
$63 - 26 = 67 - 30 = 37$ , on a ajouté 4 aux deux termes	conservation de l'écart pour la soustraction l'écart entre les deux nombres (résultat de la soustraction) ne change pas quand on leur ajoute ou soustrait le même nombre ;

# Les outils de l'enseignant

- Donner l'énoncé à l'écrit pour alléger la mémoire de travail.
- Privilégier toujours un temps de recherche individuelle.
- Faire un inventaire des différentes procédures.
- Laisser l'élève expliquer sa « façon de faire » à ses camarades.
- Accepter de n'être que l'observateur placé au fond de la classe. Intervenir pour faire répéter, au besoin préciser ou reformuler.
- Privilégier le rôle du maître comme guide d'un échange « élèves-élèves».
- Ne pas imposer la procédure experte: certains élèves ne peuvent y avoir accès dans l'immédiat.
- Garder une trace collective (à minima) des procédures présentées

# Repères pédagogiques: différenciation

- Situations différentes simultanément ;
- Temps imparti variable ;
- Possibilité d'écrire des étapes ou des résultats intermédiaires ;
- élèves performants : calcul en ligne pour des calculs plus complexes
- Proposer aux élèves un choix entre deux calculs (mêmes propriétés travaillées) pour:
  - faciliter l'entrée dans l'activité,
  - leur permettre d'être en réussite,
  - renforcer la capacité de s'auto-évaluer.

# Repères pédagogiques : dyscalculie

- Quelques pistes d'accompagnement :
  - rassurer l'enfant et être disponible;
  - laisser plus de temps, permettre certaines adaptations
  - corriger autant leur démarche que la réponse obtenue ;
  - donner l'accès aux tables d'addition, de multiplication;
  - Utilisation de support visuel.
  - Manipulation
  - Utilisation des couleurs.
  - Éviter les dictées de nombres.
- Un logiciel spécifique : La course aux nombres

# Repères pédagogiques : place de l'écrit

**Etapes de calcul:**

**Ecrites par les élèves :**

- écrits transitoires
- support à la pensée,
- sur un support dédié (cahier de recherche, feuilles de couleur) pour les distinguer des écrits institutionnels
- Explication orale des élèves

# Repères pédagogiques : place de l'écrit

## **Etapes de calcul:**

**Ecrites par le professeur** (dans les temps de travail collectif)

- mathématiquement correctes et compréhensibles par les élèves.
- trace écrite finale → écrits de référence (cahiers de leçon ou affiches référentes de la classe).
- faire expliciter les procédures, les hiérarchiser, préciser leur domaine de validité.

# Repères pédagogiques : place de l'erreur

Pour l'élève:

- Faire des choix, pouvoir faire des essais et éventuellement faire des erreurs est une façon de chercher.
- Le repérage des erreurs est essentiel et doit se poursuivre par la recherche de leurs causes, avec l'aide du professeur
- Conserver dans un cahier la trace de ses productions et quelques mots d'explication de l'erreur.

# Repères pédagogiques : place de l'erreur

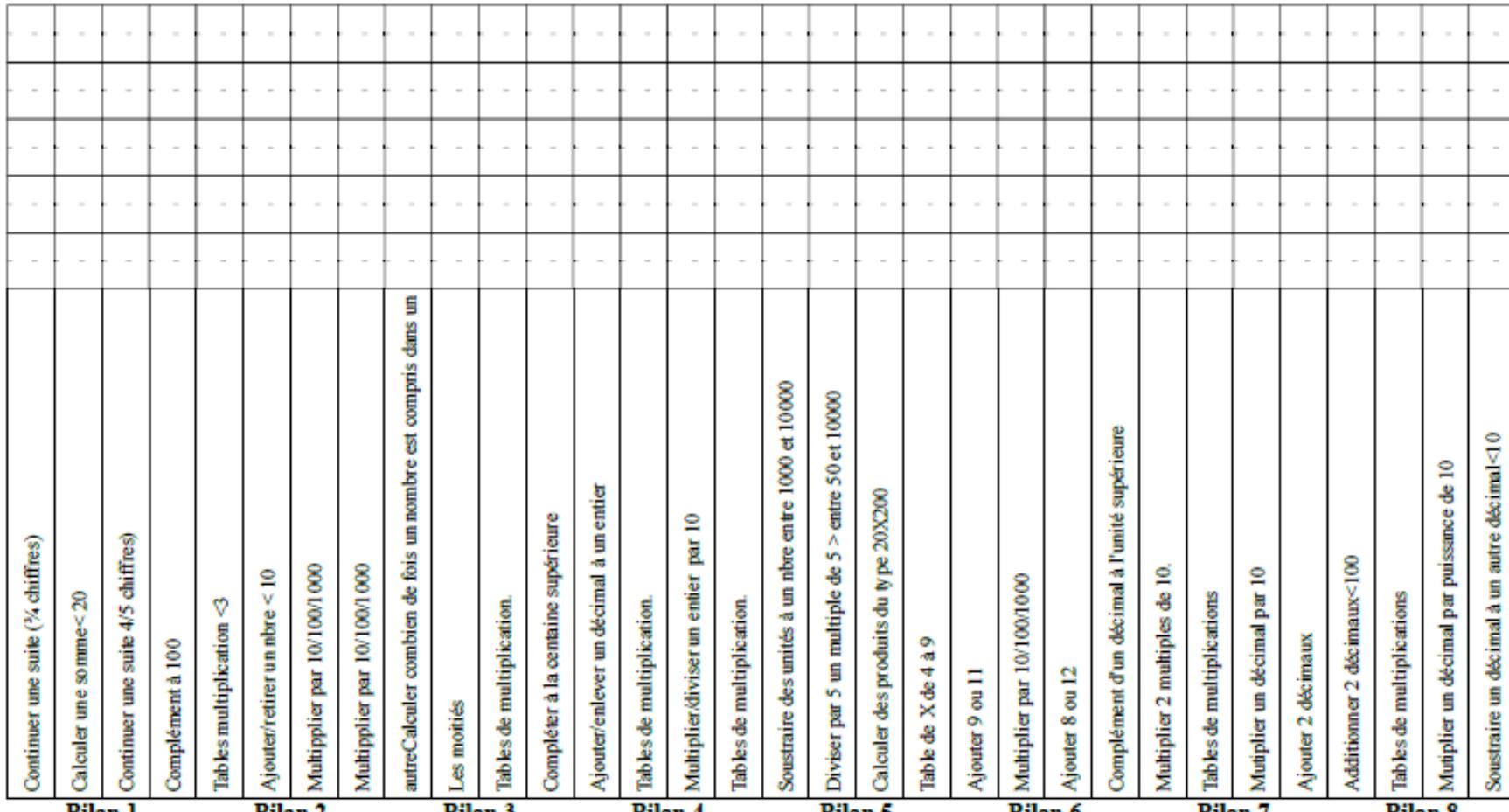
Pour l'enseignant:

- une étape normale du processus d'apprentissage;
- un élément utile à l'analyse;
- un indicateur pour réguler son enseignement et adapter les situations à venir.

# Repères pédagogiques: s'auto-évaluer

## HISTOGRAMME DE MES BILANS DE CALCUL MENTAL

Nom: \_\_\_\_\_ Prénom: \_\_\_\_\_ Classe: \_\_\_\_\_ Ecole: \_\_\_\_\_



# Repères didactiques: Le signe =

- Les élèves peuvent écrire  $3 + 7 = 10$  ou  $10 = 3 + 7$  ou encore  $3 + 7 = 7 + 3$  notamment dans le cadre de travaux de décompositions et de recomposition.
- « = » comme lien entre deux écritures distinctes d'un même nombre, à lire dans les deux sens, de façon symétrique, comme par exemple,  $26 \times 5 = 13 \times 2 \times 5$ .

# Repères didactiques: Le signe =

A la boulangerie j'achète 3 croissants à 1,10 euros, 2 baguettes à 80 centimes et une brioche à 4,40 euros. Quel est le montant de mes achats ?

L'élève écrit :  $3 \times 1,10 = 3,30 + 2 \times 0,80 = 3,30 + 1,60 + 4,40 = 9,30$

La maîtrise des codes se fera progressivement. Deux principes simples :

- ne pas sanctionner l'écrit de l'élève si la démarche sous-jacente est bonne mais **lui expliquer qu'il serait préférable de décomposer en plusieurs lignes de calcul** ;
- **le professeur, lui, ne doit jamais proposer au tableau d'écrits incorrects sur le plan mathématique.**

**Privilégier les écritures successives ou décomposées**

# Repères didactiques: les parenthèses

- La parenthèse est un symbole mathématique dont l'apprentissage progressif commence au cycle 3.
- Au début de l'apprentissage, elles sont utilisées dans les calculs comportant plusieurs opérations pour faire apparaître dans quel ordre elles doivent être effectuées.

EXAMPLE :  $6 \times 15 = 6 \times (10 + 5) = 60 + 30 = 90$

La formulation orale « quinze c'est dix plus cinq ; donc six fois quinze c'est six fois dix plus six fois cinq » donne accès au sens de la distributivité.

*Si l'on retire les parenthèses  $6 \times 10 + 5$  la multiplication étant prioritaire on obtient 65 et non 90.*

# Des ressources

## Eduscol :

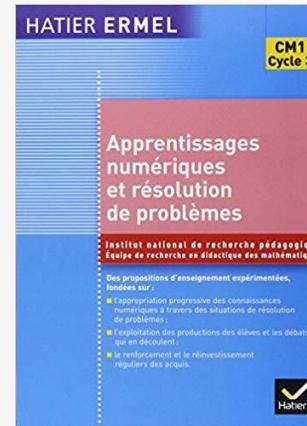
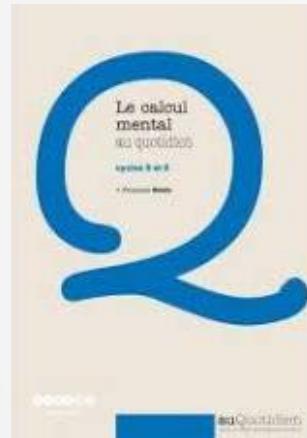
éduSCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Nombres et calculs

Le calcul aux cycles 2 et 3

## Ouvrages :



## Article dans Le Point :



CALCUL MENTAL : COMMENT DEVENIR IMBATTABLE

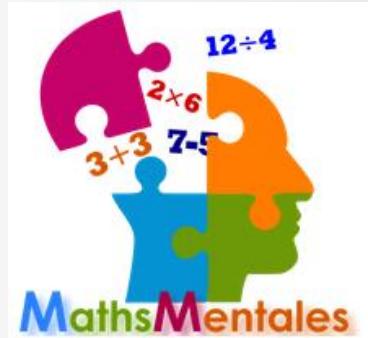
éduSCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Nombres et calculs

Le calcul en ligne au cycle 2

## Sites et applications:



Mathématiques



L'Attrape-Nombres



La course aux nombres